Universidad Simón Bolívar
Departamento de Mecánica
Mecánica de Materiales I – MC-2141
Parcial 1 (26/01/2016) (30%)
Profs. Juan Espinoza (secc.04), Marco González (secc.05) y Juan Romero (secc.06)

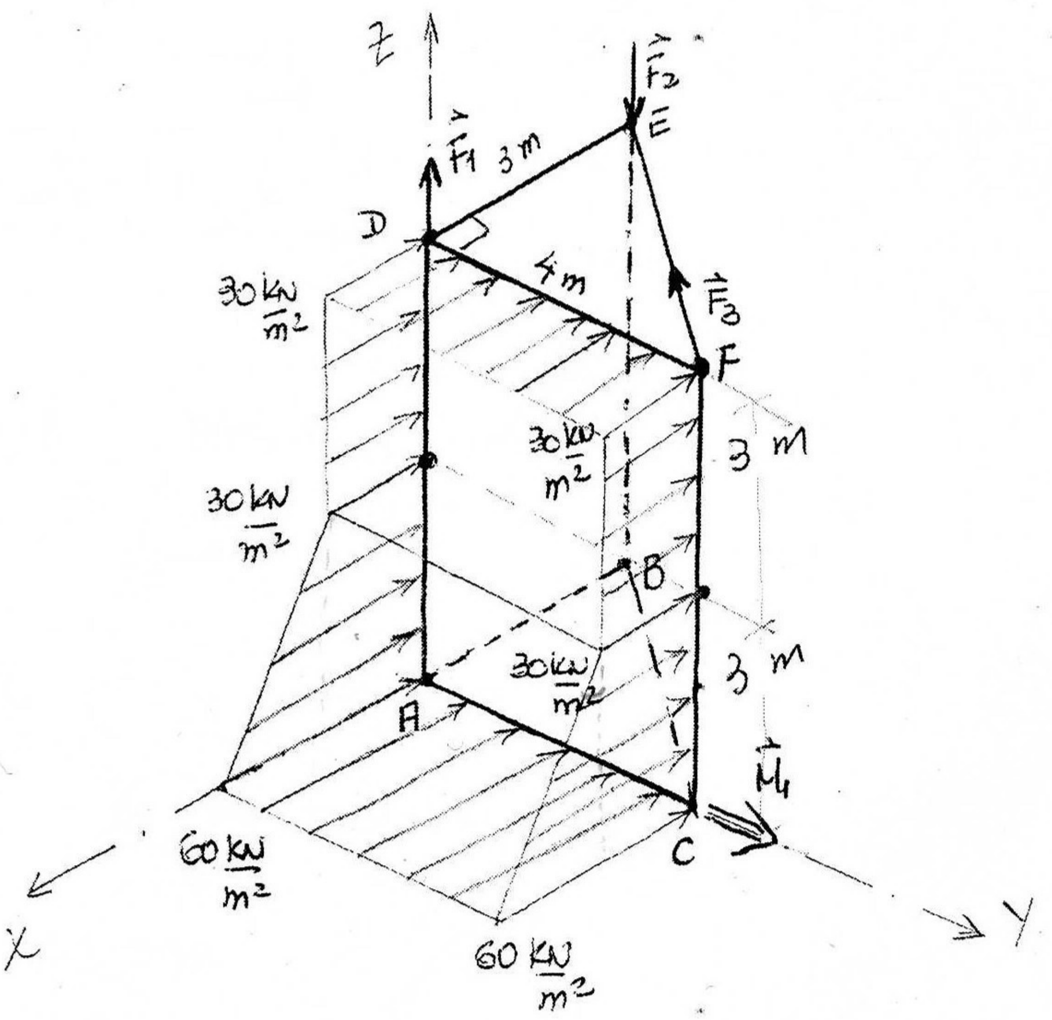
Nombres: David Alexander
Apellidos: Gomez Bruni
Carnet: 12-11081
Profesor: Juan C. Romero

27/30

1.- (15%). ABCDEF es un prisma recto de base triangular rectangular, sobre el cual actúan las siguientes cargas: Presión hidrostática sobre cara ACFD en dirección "–x" ($P_D = P_F = 30kN/m^2$; $P_A = P_C = 60kN/m^2$; observe que en la mitad superior de dicha cara la presión es constante y en la mitad inferior de la cara la presión varía linealmente con "z"); peso específico del prisma ($\gamma = 10kN/m^3$); momento $M_1 = 300kN{\cdot}m$ en dirección "y"; y fuerzas $F_1 = 100kN$ en D, $F_2 = 100kN$ en E y $F_3 = 500kN$ en F, tal como muestra la figura.

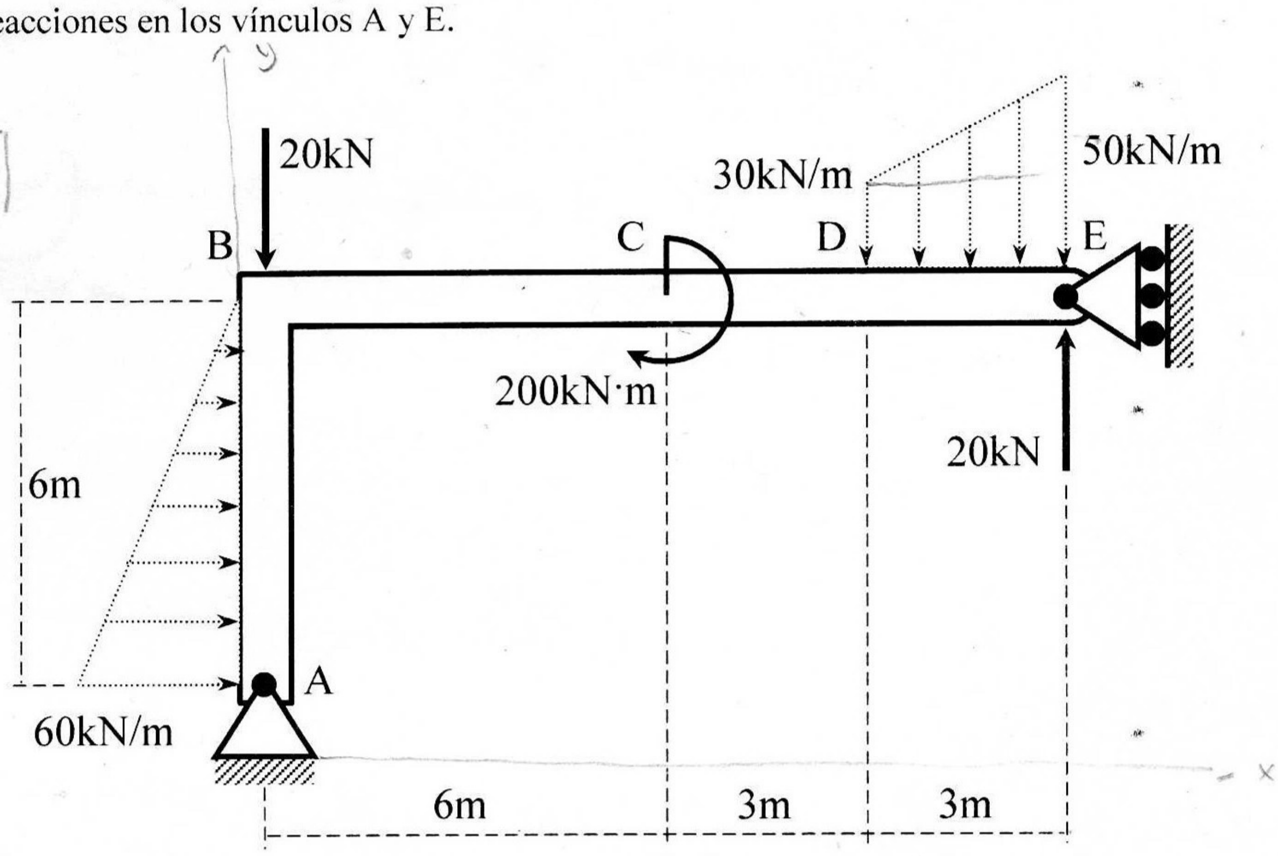
12/15

a) Expresar vectorialmente todas las fuerzas y momentos del sistema de fuerzas.
b) Reducir el sistema de fuerzas a un sistema equivalente Fuerza-Par en el punto A.
c) Hallar el momento del sistema respecto al eje BC.
d) ¿Se puede reducir el sistema a un único elemento? Razone su respuesta.



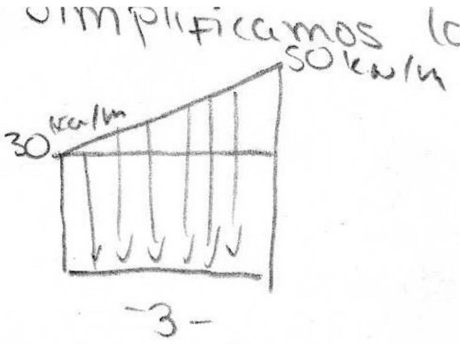
2.- (15%). La estructura ABE de peso propio despreciable mostrada en la figura está sometida a un conjunto de fuerzas y momento.
a) Realice clara y completamente el **Diagrama de Cuerpo Libre** de la estructura, simplificando las fuerzas distribuidas como fuerzas aplicadas en puntos determinados.
b) Calcule las reacciones en los vínculos A y E.

15/15



Notas para todo el parcial:
Realice todos sus cálculos con 4 cifras significativas.
Sea siempre ordenado en sus procedimientos y también al presentar sus resultados.

Simplificamos la fuerza distribuida:



$$Fd_1 \; \triangle = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{3 \times 20}{2} = \underline{\underline{30\ kN}} \; (-\hat{j})$$

Aplicada en:

$$x = 9 + \frac{2}{3}(3) = \underline{\underline{11\ m}} \; (-\hat{j})$$

$$y = \underline{\underline{6m}} \qquad \boxed{\text{Punto} = (11,\ 6)}$$

$$Fd_2 \; \square = \quad b \cdot h = 3 \times 30 = 90\ kN$$

Aplicada en $x = 9 + 1.5 = \underline{\underline{10.5\ m}}$

$y = 6m.$

Punto = $(10.5, 6)$.

Ahora, la otra fuerza distribuida:

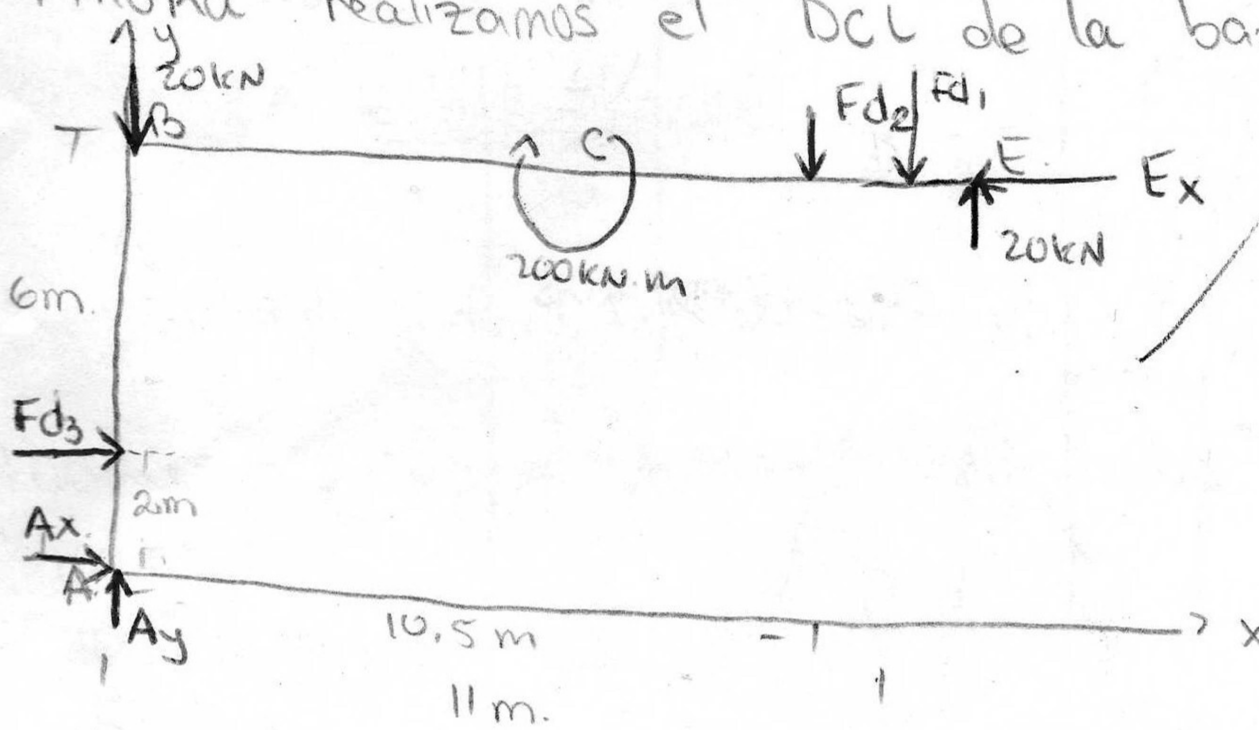
$$= \quad Fd_3 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \times 60}{2} = 180\ kN. \; (\hat{i})$$

Aplicado en $x = 0.m$

$$y = \frac{1}{3}(6) = 2m$$

Punto = $\underline{\underline{(0,2)}}$ En metros.

Ahora realizamos el DCL de la barra completa



Ahoro, hacemos sumatoria de fuerzas y momento.

$$\Sigma Fx = Ax + Fd_3 - Ex = 0. \Rightarrow Ax - Ex = -Fd_3 \Rightarrow \boxed{Ax - Ex = -180 \ \text{I}}$$

$$\Sigma Fy = Ay - 20 - 30 - 90 + 20 = 0 \quad Ay = 20 + 30 + 90 - 20$$

$$\boxed{Ay = 120\ kN}$$

$M_A = -2Fd_3 - 10.5Fd_2 - 11Fd_3 + 12(20) + 6Ex - 200 = 0$

$M_A = -2(180) - 10{,}5(90) - 11(30) + 12(20) + 6Ex - 200 = 0$

$-360 - 945 - 330 + 240 + 6Ex - 200 = 0$

$-1595 + 6Ex = 0$

$6Ex = 1595 \Rightarrow Ex = \frac{1595}{6}$

$\boxed{Ex = 265{,}833\overline{3}\ kN}$

lo tanto, de (I)

$Ax - Ex = -180 \Rightarrow Ax = -180 + 265{,}8333$

$Ax = -180 + Ex$

$\boxed{Ax = 85{,}3333\ kN}$

EJERCICIO 1

Primeramente Anotamos todas las coordenadas importantes:

$A = (0,0,0)$, $D = (0,0,6)$, $E = (-3,0,6)$ $F = (0,4,6)$

$C = (0,4,0)$

Ahora calculamos el centroide de la figura, la cual es un prisma recto de base rectangular.

Figura:

Volumen	x	y	z	Vx	Vy	Vz
$\frac{b \cdot h\, p}{2}$ $\frac{4 \times 6 \times 3}{2}$ $= 36 m^3$	$\frac{1}{3}(-3)$ $= -1m$	$\frac{1}{3}(4)$ $= 1{,}3333$ (m)	$\frac{(m)}{3}$ 3	-36	47,9988	108

X centro de masa es: $\frac{\Sigma Vx}{Vtotal} = \frac{-36}{36} = -1m$

Y centro de masa es $\frac{\Sigma Vy}{Vtotal} = \frac{47{,}9988}{36} = 1.3333 m$

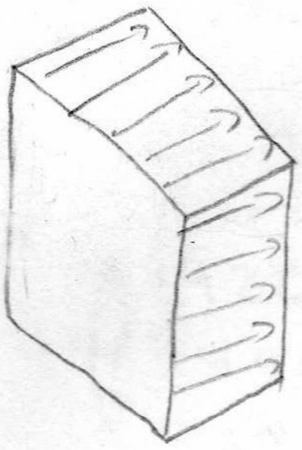
Z centro de masa es $\frac{\Sigma Vz}{Vtotal} = \frac{108}{36} = 3 m$

or lo tanto, el peso vale

$\gamma \cdot V = P \Rightarrow \frac{10 kN}{m^3} \times 36 m^3 = 360 (-\hat{k})$

Aplicado en: $(-1, 1.333, 3)$ metros Punto H

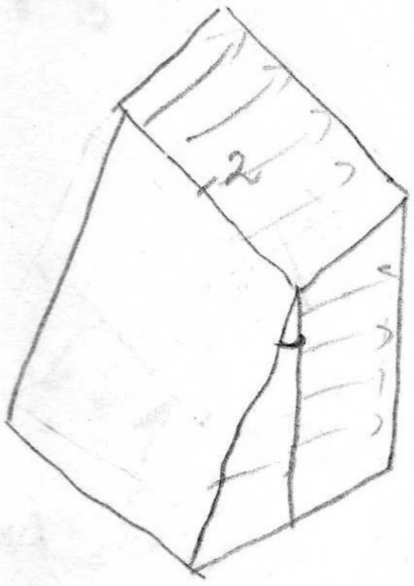
Ahora simplificamos las fuerzas distribuidas en fuerzas puntuales.



$Fd_1 = b \cdot h \cdot \text{profundidad} = 3m \times 4m \times 30 \frac{kN}{m^2} = 360 kN (-$

Aplicada en: $(0, 2, 3+1.5) = (0, 2, 4.5)$ (m)

Punto Q



La podemos dividir en dos figuras notables.

Fd_2 (cubo) $= b \cdot h \cdot \text{profundidad} = 3m \times 4m \times 30 \frac{kN}{m^2}$

$360 kN (-\hat{\imath})$

Aplicado en $(0, 2, 1.5)$ metros

Punto R.

y Ahora, el prisma rectangular, que sería.

$Fd_3 = \frac{b \cdot h \cdot \text{profundidad}}{2} = Fd_3 = \frac{4m \times 3m \times \left(60 \frac{kN}{m^2} - 30 \frac{kN}{m^2}\right)}{2m} = 180 \cancel{kN}$

Aplicado en $\left(0, 2, \cancel{\frac{2}{3}}(3)\right)$ metros. Punto L

a) Ahora expresemos vectorialmente todas las fuerzas y momentos sistema;

$F_1 = 100 kN \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 100 kN (\hat{k})$

$F_2 = 100 kN \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 100 kN (-\hat{k})$

$F_3 = 500 kN \hat{FE} \Rightarrow \hat{FE} = \frac{FE}{|FE|} = \frac{(-3, 0, 6) - (0, 4, 6)}{|FE|} = \frac{(-3, -4, 0)}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 0^2}}$

$\hat{FE} = \frac{(-3, -4, 0)}{5} = -0{,}6\hat{\imath} - 0{,}8\hat{\jmath} + 0\hat{k}$

Por lo tanto $F_3 = 500 \begin{pmatrix} -0{,}6 \\ -0{,}8 \\ 0 \end{pmatrix} = -300\hat{\imath} - 400\hat{\jmath} + 0\hat{k}$ (kN)

$Fd_1 = 360\,kN\begin{pmatrix}-1\\ 0\\ 0\end{pmatrix} = -360\,kN(\hat{i})$

$Fd_2 = 360\,kN\begin{pmatrix}-1\\ 0\end{pmatrix} = -360\,kN(\hat{i})$

$Fd_3 = 180\,kN\begin{pmatrix}-1\\ 0\end{pmatrix} = -180\,kN(\hat{i})$

$P = 360\,kN\begin{pmatrix}0\\ 0\\ -1\end{pmatrix} = -360\,kN(\hat{k})$

$M_{libre} = 300\,kNm\begin{pmatrix}0\\ 1\\ 0\end{pmatrix} = 300\,kN\,m\,(\hat{j})$

b) Reducimos el sistema al punto A

$\Sigma F_R = F_r$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow\quad & 0\hat{i} + 0\hat{j} + 100\hat{k} \longrightarrow F_1\\
& 0\hat{i} + 0\hat{j} - 100\hat{k} \longrightarrow F_2\\
& -300\hat{i} - 400\hat{j} + 0\hat{k} \longrightarrow F_3\\
& -360\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k} \longrightarrow Fd_1\\
& -360\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k} \longrightarrow Fd_2\\
& -180\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k} \longrightarrow Fd_3\\
& 0\hat{i} + 0\hat{j} - 360\hat{k} \longrightarrow P
\end{aligned}$$

7/7

$-1200\hat{i} - 400\hat{j} - 360\hat{k}$ = Fuerza resultante (en kN)

$M_A = \cancel{\vec{AD}\times\vec{F_1}} + \vec{AE}\times\vec{F_2} + \vec{AF}\times\vec{F_3} + \vec{AQ}\times\vec{Fd_1} + \vec{AR}\times\vec{Fd_2} + \vec{AL}\times\vec{Fd_3} + \vec{AH}\times\vec{P}$ + Mlibre

0 Porque toca el eje de A no tiene brazo.

$$M_A = \begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ -3 & 0 & 6\\ 0 & 0 & 100\end{vmatrix} + \begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ 0 & 4 & 6\\ -300 & -400 & 0\end{vmatrix} + \begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ 0 & 2 & 4.5\\ -360 & 0 & 0\end{vmatrix} + \begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ 0 & 2 & 1.5\\ -360 & 0 & 0\end{vmatrix} + \begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ 0 & 2 & 2\\ -180 & 0 & 0\end{vmatrix}$$

$\cancel{+}\,300\hat{j}$ $\quad 2400\hat{i} - 1800\hat{j} + 1200\hat{k}$ $\quad -1625\hat{j} + 720\hat{k}$ $\quad -540\hat{j}\ 720\hat{k}$ $\quad \cancel{-360\hat{j}} + 360\hat{k}$

$$+\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ -1 & 1.3337 & 5\\ 0 & 0 & -360\end{vmatrix} + 300\hat{j}$$

$-479{,}998\hat{i}\ \ 360\hat{j} \quad + 300\hat{j}$

4/5

$\Sigma M_A = 1920{,}002\ kNm\ \hat{i} - \cancel{4035}\ kN\,m\,\hat{j} + 3000\ kN\,m\,\hat{k}$

ahora calculamos el momento respecto al eje BC.

$M_{eje\,\hat{BC}} = (M_B \cdot \hat{e_{BC}})\hat{e_{BC}}$

$e_{BC} = \dfrac{BC}{|BC|} = \dfrac{(0,4,0)-(-3,0,0)}{|BC|} = \dfrac{(3,4,0)}{\sqrt{3^2+4^2}} = \dfrac{(3,4,0)}{5}$

$\hat{e_{BC}} = 0{,}6\,\hat{\imath} + 0{,}8\,\hat{\jmath} + 0\,\hat{k}$

$BA = (0,0,0)-(-3,0,0) = 3,0,0)$

$M_B = M_A + \vec{BA} \times \vec{Fr}$

$M_B = \begin{pmatrix} 1920{,}002 \\ -4085 \\ 3000 \end{pmatrix} + \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 3 & 0 & 0 \\ -1200 & -400 & -360 \end{vmatrix}$

$M_B = \begin{pmatrix} 1920{,}002 \\ -4085 \\ 3000 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1080 \\ -1200 \end{pmatrix} = M_B = \begin{pmatrix} 1920{,}002 \\ -3005 \\ 1800 \end{pmatrix}$ kN m

$M_{eje\,\hat{BC}} = \left\langle \begin{pmatrix} 1920{,}002 \\ -3005 \\ 1800 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0{,}6 \\ 0{,}8 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle \langle(\hat{BC})\rangle = (1152{,}002 - 2400) \cdot (\hat{BC})$

$\langle(-1247{,}998) \cdot (0{,}6\hat{\imath} + 0{,}8\hat{\jmath} + 0\hat{k})\rangle = \boxed{\begin{array}{c} \hat{M_{BC}} \\ -748{,}7988\,\hat{\imath} - 998{,}3984\,\hat{\jmath} \end{array}}$

c) Para saber si se puede reducir el sistema a un único elemento debemos

$AP = P_x$

$M_P = M_A + \vec{AP} \times Fr.$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1920{,}002 \\ -4085 \\ 3000 \end{pmatrix} + \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ P_x & P_y & P_z \\ -1200 & -400 & 360 \end{vmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1920{,}002 \\ -4085 \\ 3000 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -360P_y + 400P_z \\ +360P_x - 1200P_z \\ -400P_x + 1200P_y \end{pmatrix}$

Debemos hallar un punto, tal que se pueda colocar una fuerza que sustituya al momento. En este punto el momento debe ser cero

Entonces:

$0 = 1920{,}002 - 360P_y + 400P_z$ ① ; $0 = 4085 + 360P_x - 1200P_z$ ②

$0 = 3000 + -400P_x + 1200P_y$